ANALISIS INDEKS ZAGREB PADA GRAF MOLEKULER KIMIA DALAM BERAGAM GRUP HINGGA

Miftahurrahman[1], Zata Yumni Awanis*[2], Lalu Riski Wirendra Putra[1],
Rendi Bahtiar Pratama[1], Ayes Malona Siboro[1]
[1]Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mataram
[2]Pusat Riset Komputasi, Badan Riset dan Inovasi Nasional

*Corresponding Author Email: zata.yumni.awanis@brin.go.id

ABTSRAK.
Penelitian ini membahas perumusan umum Indeks Zagreb sebagai indeks topologi kimia pada berbagai representasi graf untuk berbagai grup hingga. Sebagai deskriptor topologis, Indeks Zagreb memainkan peran penting dalam menganalisis struktur kimia dan sifat fisikokimia molekul. Fokus studi ini adalah penerapan Indeks Zagreb dalam grup hingga, bertujuan untuk mengungkapkan hubungan antara karakteristik topologi graf dan struktur grup. Penelitian ini menghasilkan rumus-rumus umum yang menggambarkan Indeks Zagreb dari berbagai grup hingga, memberikan wawasan baru mengenai interaksi antara topologi graf dan sifat aljabar grup. Temuan ini berkontribusi pada pengembangan teori graf dalam bidang matematika dan kimia.

Keyword: indeks Zagreb, graf molekuler, grup hingga

1. PENDAHULUAN

Teori graf, salah satu bidang matematika yang semakin berpengaruh, telah menemukan berbagai aplikasi dalam studi grup hingga, menarik minat komunitas ilmiah. Salah satu area penelitian yang sangat menarik adalah investigasi indeks Zagreb, sebuah deskriptor topologis yang telah mendapatkan perhatian signifikan dalam ranah teori graf kimia (Ivanciuc *et al*., 1997). Indeks Zagreb, yang pertama kali diperkenalkan dalam konteks teori graf kimia, merupakan sebuah invarian numerik yang menyandikan informasi struktural dari suatu graf (Ivanciuc *et al*., 1997). Invarian ini telah banyak dipelajari dan diterapkan pada berbagai struktur molekuler, memberikan wawasan tentang sifat fisikokimia mereka (Ivanciuc *et al*., 1997; Gao *et al*., 2020). Menariknya, indeks Zagreb juga telah dieksplorasi dalam konteks grup hingga, di mana ia digunakan untuk mengkarakterisasi properti topologis dari graf terkait (Putra *et.al.* 2023).

Penelitian tentang indeks topologi dalam teori graf telah berkembang pesat seiring dengan meningkatnya aplikasi di berbagai disiplin ilmu, seperti kimia, teori jaringan, dan matematika terapan. Indeks Zagreb, yang terdiri dari indeks pertama dan kedua, telah lama digunakan untuk mengukur stabilitas struktural graf melalui jumlah kuadrat derajat simpulnya (Ardana *et,al*, 2024). Indeks Harary berbeda dalam pendekatannya dengan memanfaatkan kebalikan jarak antar simpul, yang berguna dalam memprediksi karakteristik hubungan kimia dalam graf molekuler (Husni, *et.al*, 2022). Selanjutnya, Indeks Szeged dan Indeks Padmakar-Ivan (PI) menonjol dengan pendekatan yang memperhitungkan distribusi bobot dan partisi simpul, membantu dalam analisis jaringan kompleks (Ghoffari *et,al*, 2024). Indeks Gutman, yang diperkenalkan dalam konteks teori graf kimia, juga memberikan pandangan tambahan dengan mengukur jarak total dari semua pasangan simpul, sedangkan indeks harmonik berfokus pada keterhubungan lokal dengan mempertimbangkan derajat simpul terdekat (Malik *et.al*, 2024).

Disamping itu, berbagai jenis graf khusus telah dikembangkan untuk menggambarkan struktur tertentu dalam teori aljabar dan teori grup (Lestari *et.al*, 2024). Graf koprima dan graf non-koprima, misalnya, digunakan untuk menganalisis hubungan antar elemen berdasarkan derajat koprima atau tidak koprima (Aulia *et,al*, 2023). Graf ideal prima dan graf pembagi nol memiliki relevansi dalam teori ring dan aljabar abstrak karena menggambarkan keterkaitan antara elemen-elemen berdasarkan ideal atau pembagi dalam suatu ring (Ningrum *et,al*, 2024), (Syarifudin *et.al*, 2024). Graf pangkat digunakan untuk memetakan hubungan elemen grup melalui pangkat, sementara graf nilpoten merepresentasikan struktur grup nilpoten yang menunjukkan sifat hierarki dalam sistem aljabar (Asmarani *et.al*, 2023). Dengan memadukan indeks topologi dan berbagai jenis graf, penelitian ini terus berkembang untuk memahami lebih jauh karakteristik struktural graf yang berkaitan dengan berbagai bidang matematika dan sains terapan.

Dalam makalah penelitian ini, kami mengeksplorasi indeks Zagreb untuk representasi graf pada grup hingga tertentu. Indeks topologis, seperti indeks Zagreb, telah banyak diteliti dalam bidang kimia matematika karena kemampuannya menangkap informasi struktural molekul. Pengembangan polinomial grafis dan indeks terkaitnya telah menjadi fokus penelitian terkini, karena dapat memberikan wawasan berharga tentang topologi berbagai struktur kimia (Satriawan *et al.*, 2024). Konsep pemodelan struktur kimia sebagai graf, di mana atom berkorespondensi dengan simpul dan ikatan dengan sisi, telah menjadi landasan dari teori graf kimia (Malik *et.al*, 2024).

2. METODE

Bagian ini menjelaskan bagaimana penelitian dilakukan. Sampaikan detail mengenai bahan, alat, dan metode yang digunakan, serta desain penelitian.

Penelitian ini diawali dengan kajian literatur komprehensif mengenai teori graf, indeks Zagreb, serta aplikasinya dalam kimia matematika dan grup hingga. Kajian tersebut mencakup berbagai sumber literatur seperti artikel ilmiah, buku, dan publikasi terbaru yang relevan dengan topik penelitian. Setelah kajian literatur, grup hingga yang akan dianalisis dipilih berdasarkan kriteria tertentu, termasuk kompleksitas struktur dan relevansi topologisnya. Untuk setiap grup hingga yang dipilih, graf molekuler dibangun sesuai dengan struktur grup tersebut, di mana elemen-elemen grup dipetakan ke simpul dan operasi grup direpresentasikan sebagai sisi-sisi pada graf. Selanjutnya, indeks Zagreb dihitung untuk graf molekuler yang telah dimodelkan, menggunakan rumus indeks Zagreb serta bantuan perangkat lunak matematika untuk melakukan perhitungan yang lebih kompleks. Berdasarkan hasil perhitungan, rumus umum dari indeks Zagreb untuk graf molekuler yang berkaitan dengan grup hingga berhasil dikembangkan. Analisis lebih lanjut dilakukan untuk mengidentifikasi pola serta hubungan antara rumus-rumus tersebut dengan struktur grup yang bersangkutan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Presentasikan hasil penelitian menggunakan tabel, grafik, atau gambar jika diperlukan. Berikan analisis yang jelas terkait hasil yang diperoleh dan bandingkan dengan studi sebelumnya. Pembahasan harus mampu menjelaskan implikasi dari hasil penelitian.

Penelitian ini membahas bagaimana Indeks Zagreb pada graf molekuler kimia dari beberapa grup hingga pada Struktur Aljabar. Penelitian ini akan membahas Indeks Zagreb pada graf *Equal Square* dari grup Quaternion Diperumum (Q_{4n}) dan Indeks Zagreb pada graf pada graf Koprima dari grup Dihedral (D_{2n}).

Definisi 1. (Gutman et.al, 2015) Indeks Zagreb terdiri dari indeks Zagreb pertama dan kedua, didefinisikan secara berturut-turut sebagai jumlah kuadrat dari derajat setiap simpul pada suatu graf dan sebagai jumlah hasil kali setiap simpul yang terhubung langsung pada suatu graf. Keduanya dinotasikan sebagai berikut (Gutman dkk, 2015):

$$M_1(G) = \sum_{u \in V(G)} (deg(u))^2 \tag{1}$$

$$M_1(G) = \sum_{u \in V(G)} deg(u) \times deg\,(v) \tag{2}$$

3.1 Indeks Zagreb pada graf *Equal Square* dari grup Quaternion Diperumum (Q_{4n}).

Grup Quaternion Diperumum yang dinotasikan dengan Q_{4n}, dengan $n \in \mathbb{N}$. Q_{4n} memiliki order $4n$ yang dibangun oleh elemen $< a, b >$ yang melambangkan rotasi dan orientasi dari objek dalam tiga dimensi(Sangadji, 2006).

Definisi 2. (Ahmadi,2012) Grup Quaternion Diperumum Q_{4n} adalah grup dengan representasi :

$$< a, b | a^{2n} = e, a^n = b^2, b^{-1}ab = a^{-1} >$$

Dalam grup ini, $a^k b = ba^{-k}$ dan orde dari $a^k b$ adalah 4.

Untuk memahami graf equal square, berikut ini merupakan definisis dari graf equal square.

Definisi 3. (Rehman, et.al, 2022) Graf equal square dari suatu grup berhingga adalah graf dengan himpunan simpulnya adalah unsur di G, dimana $\forall x, y \in V(G), (x, y) \in E(ES(G))$ jika dan hanya jika $\boldsymbol{x^2} = \boldsymbol{y^2}$.

Lemma 1. (Rehman, et.al, 2022) Untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ indeks Zagreb pertama dan kedua dari graf lengkap berturut turut adalah

$$M_1(\mathrm{K}_n) = n(n-1)^2 \tag{3}$$

$$M_2(\mathrm{K}_n) = \frac{1}{2} n(n-1)^3 \tag{4}$$

Lemma 2 (Rehman, et.al, 2022) Untuk sebarang Grup Quaternion Diperumum Q_{4n}, maka representasi dari graf equal squarenya adalah

$$Es(Q_{4n}) \cong K_{2(n+1)} + (n-1)K_2, dengan\ n\ genap \tag{5}$$

$$Es(Q_{4n}) \cong K_{2n} + nK_2, dengan\ n\ ganjil \tag{6}$$

Lemma 1 dan lemma 2 digunakan untuk mencari indeks Zagreb dari graf equal Square dari grup Quaternion diperumum. Pada lemma 1 diberikan Rumus umum dari Indeks Zagreb pada graf lengkap, dan lemma 2 mengatakan bahwa graf Equal Square dari sebarang grup Quaternion Diperumum terdiri dari dua subgraf lengkap. Dengan 2 informasi tersebut, dapat dirumuskan bentuk umum Indeks Zagreb pada graf koprima dari grup Quaternion diperumum sebagai berikut.

Teorema 1. Untuk setiap $n \in \mathbb{N}$ dan n genap, rumus umum indeks Zagreb Pertama dan kedua pada graf $Es(Q_{4n})$ adalah

$$M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = (2(n+1)(2n+1)^2) + ((n-1)2) \qquad (7)$$

$$M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = ((n+1)(2n+1)^3) + (n-1) \qquad (8)$$

Bukti:

Graf $\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})$ *yang terdiri dari dua subgraf lengkap sehingga berdasarkan (3), indeks Zagreb pertama adalah* $M_1(\mathrm{K}_n) = n(n-1)^2$*. Maka* $M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n}))$ *adalah*

$$M_1(ES(Q_{4n})) = M_1\left(K_{2(n+1)}\right) + (n-1)M_1(K_2)$$

$$M_1(ES(Q_{4n})) = (2(n+1)(2(n+1)-1)^2) + (n-1)(2(2-1)^2)$$

$$= (2(n+1)(2n+2-1)^2) + ((n-1)(2(1)^2))$$

$$= (2(n+1)(2n+1)^2) + ((n-1)2)$$

Untuk indeks Zagreb kedua dari graf $\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})$ *yang terdiri dari dua subgraf lengkap sehingga berdasarkan (4), indeks Zagreb pertama adalah* $M_2(\mathrm{K}_n) = \frac{1}{2}n(n-1)^3$ *Maka* $M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n}))$ *adalah*

$$M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = M_2\left(\mathrm{K}_{2(n+1)}\right) + (n-1)M_2(\mathrm{K}_2)$$

$$M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = \left(\frac{1}{2}2(n+1)(2(n+1)-1)^3\right) + \left((n-1)\frac{1}{2}2(2-1)^3\right)$$

$$= ((n+1)(2n+2-1)^3) + ((n-1)(1)^3)$$

$$= ((n+1)(2n+1)^3) + (n-1)$$

■

Teorema 2. Misalkan $n \in \mathbb{N}$ dan n ganjil, rumus umum indeks Zagreb Pertama dan kedua pada graf $Es(Q_{4n})$ adalah

$$M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = 2n((2n-1)^2 + 1) \qquad (9)$$

$$M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = n((2n-1)^3 + 1) \qquad (10)$$

Bukti:

Graf $\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})$ *yang terdiri dari dua subgraf lengkap sehingga berdasarkan (3), indeks Zagreb pertama adalah* $M_1(\mathrm{K}_n) = n(n-1)^2$*. Maka* $M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n}))$ *adalah*

$$M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = M_1(\mathrm{K}_{2n}) + (n)M_1(\mathrm{K}_2)$$

$$= (2n(2n-1)^2) + (n)(2(2-1)^2)$$

$$= 2n(2n-1)^2 + 2n$$

$$= 2n((2n-1)^2 + 1)$$

■

Untuk indeks Zagreb kedua dari graf $\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})$ *yang terdiri dari dua subgraf lengkap sehingga berdasarkan (4), indeks Zagreb pertama adalah* $M_2(\mathrm{K}_n) = \frac{1}{2}n(n-1)^3$ *Maka* $M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n}))$ *adalah*

$$M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = M_2(\mathrm{K}_{2n}) + (n)M_2(\mathrm{K}_2)$$

$$= \left(\frac{1}{2}2n(2n-1)^3\right) + n\left((\frac{1}{2}2(2-1)^3\right)$$

$$= (n(2n-1)^3) + (n)(1)^3$$

$$= n(2n-1)^3 + n$$

$$= n((2n-1)^3 + 1)$$

■

3.2 Indeks Zagreb pada graf Koprima dari grup Dihedral (D_{2n}).

Untuk lebih lanjut memahami indeks Zagreb, maka berikut adalah indeks Zagreb pada graf Koprima dari grup Dihedral (D_{2n}).
Definisi 4. (Gazir & Wardhana, 2019)Misalkan grup G dikatakan grup Dihedral dengan orde $2n, n > 3$, dan $n \in \mathbb{N}$ adalah grup yang dibangun oleh elemen $a, b \in G$ yang dinotasikan dengan

$$G = \{a, b | a^n = e, b^2 = e, bab^{-1} = a^{-1}\}$$

Definisi 5. (Nurhabibah et.al, 2023) Misalkan G grup hingga, graf koprima dari grup G yang dinotasikan dengan Γ_G adalah graf dengan simpul; yang terdiri dari semua elemen dari G dengan dua simpul berbeda x dan y dari Γ_G dikatakan bertetangga apabila $(|x|, |y|) = 1$.

Teorema 3. Misalkan $\Gamma_{D_{2n}}$ graf koprima dari grup dihedral. Jika $n = p^k$ dengan p bilangan prima, $p \neq 2$ dan $k \in \mathbb{N}$ maka indeks zagreb pertama dari graf koprima dari grup dihedral adalah

$$M_1\left(\Gamma_{D_{2n}}\right) = n(2n^2 + 5n - 5) \qquad (11)$$

Bukti:
Misalkan $\Gamma_{D_{2n}}$ graf koprima dari grup dihedral. Ambil $n = p^k$ dengan p bilangan prima,
$p \neq 2$ dan $k \in \mathbb{N}$. Diperoleh graf koprima dengan 3 partisi yakni $v_1 = \{e\}, v_2 = \{a, a^2, a^3, \dots, a^{n-1}\}$, dan $v_3 = \{b, ab, a^2b, a^3b, \dots, a^{n-1}b\}$. Diperoleh $deg(v_1) = 2n - 1, deg(v_2) = n + 1$, dan $deg(v_3) = n$.

Sehingga, Indeks Zagreb pertama dari $\Gamma_{D_{2n}}$ adalah sebagai berikut.

$$M_1(G) = \sum_{u \in V(G)} (\deg(u))^2$$

Berdasarkan definisi grup dihedral, jumlah unsur pada unsur rotasi dan refleksi pada grup dihedral secara berturut-turut adalah n - 1 dan n. Selanjutnya, diperoleh

$$\begin{aligned} M_1(G) &= (2n-1)^2 + (n-1)(n+1)^2 + n(n^2) \\ &= (4n^2 - 4n + 1) + (n-1)(n^2 + 2n + 1) + n^3 \\ &= 4n^2 - 4n + 1 + n^3 + 2n^2 + n - n^2 - 2n - 1 + n^3 \\ &= 2n^3 + 5n^2 - 5n \\ &= n(2n^2 + 5n - 5) \end{aligned}$$

■

4. **KESIMPULAN**

Dari uraian pembahasan diatas didapat beberapa kesimpulan, yaitu :

1. Indeks Zagreb dari graf equal square dari grup Quaternion diperumum adalah $M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = (2(n+1)(2n+1)^2) + \big((n-1)2\big)$ dan $M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = ((n+1)(2n+1)^3)$
$+(n-1)$. Sedangkan untuk n genap, $M_1(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = 2n((2n-1)^2 + 1)$ dan $M_2(\mathrm{ES}(\mathrm{Q}_{4n})) = n((2n-1)^3 + 1)$.

2. Indeks Zagreb dari graf Koprima dari grup Dihedral untuk n bilangan prima berpangkat adalah $M_1(\Gamma_{D_{2n}}) = n(2n^2 + 5n - 5)$.

5. DAFTAR PUSTAKA

1. Ardana, A. P., Satriyantara, R., & Widiastuti, R. S. (2024). Indeks Wiener dari Beberapa Struktur Aljabar. PARAMETER: *Jurnal Matematika, Statistika dan Terapannya*, 3(02), 169-180.
2. Asmarani, E. Y., Lestari, S. T., Purnamasari, D., Syarifudin, A. G., Salwa, S., & Wardhana, I. G. A. W. (2023). The first zagreb index, the wiener index, and the gutman index of the power of dihedral group. *CAUCHY: Jurnal Matematika Murni dan Aplikasi*, *7*(4), 513-520.
3. Aulia, S. A., Wardhana, I. G. A. W., Irwansyah, I., Salwa, S., Misuki, W. U., & Nghiem, N. D. H. (2023). The Structures of Non-Coprime Graphs for Finite Groups from Dihedral Groups with Regular Composite Orders. *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 5(2), 115-122.
4. Chartrand, G., & Lesniak, L. (1986). Graph and Digraph 2ndEdition. California: Wadsworth.
5. Chaluvaraju, B., Boregowda, H. S., & Cangul, I. N. (2021). Some inequalities for the first general Zagreb index of graphs and line graphs. *Proceedings of the National Academy of Sciences, India Section A: Physical Sciences*, *91*, 79-88.
6. Das, K. C., & Gutman, I. (2004). Some properties of the second Zagreb index. *MATCH Commun. Math. Comput. Chem*, *52*(1), 3-1.
7. Kurnia, R., Abrar, A. M., Syarifudin, A. G., Wijaya, V. R., Supu, N. A., & Suwastika, E. (2023). On properties of prime ideal graphs of commutative rings. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 17(3), 1463-1472.
8. Malik, D. P., Husni, M. N., Miftahurrahman, M., Wardhana, I. G. A. W., & Semil, G. (2024). the Chemical Topological Graph Associated With the Nilpotent Graph of a Modulo Ring of Prime Power Order. *Journal of Fundamental Mathematics and Applications (JFMA)*, 7(1), 1-9.
9. Ningrum, S. H. P., Siboro, A. M., Lestari, S. T., Wardhana, I. G. A. W., & Awanis, Z. Y. (2024). Abstraksi Chemical Topological Graph (Ctg) Melalui Indeks Topologis Graf Aljabar. *Prosiding SAINTEK*, *6*, 92-100.
10. Ningrum, H. K., Asmarani, E. Y., Wardhana, I. G. A. W., Salwa, & Awanis, Z. Y. (2023, September). The Wiener Index, the Harmonic Index, and the Graph Representation of the Prime Ideal Graph for the Integers Modulo Rings with Prime Power Order. In *International Conference on Mathematics: Pure, Applied and Computation* (pp. 407-415). Singapore: Springer Nature Singapore.
11. Nurhabibah, N., Wardhana, I. G. A. W., & Switrayni, N. W. (2023). Numerical invariants of coprime graph of a generalized quaternion group. *Journal of the Indonesian Mathematical Society*, 29(1), 36-44.
12. Gayatri, M. R., Fadhilah, R., Lestari, S. T., Pratiwi, L. F., Abdurahim, A., & Wardhana, I. G. A. W. (2023). TOPOLOGY INDEX OF THE COPRIME GRAPH FOR DIHEDRAL GROUP OF PRIME POWER ORDER. *Jurnal Diferensial*, *5*(2), 126-134.
13. Gayatri, M. R., Nurhabibah, N., Aini, Q., Awanis, Z. Y., Salwa, S., & Wardhana, I. G. A. W. (2023). The clique number and the chromatics number of the coprime graph for the generalized quarternion group. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, *7*(2), 409-416.
14. Gazir, A., & Wardhana, I. G. A. W. (2019). Subgrup Non Trivial Dari Grup Dihedral. *Eigen Mathematics Journal*, 73-76.
15. Gutman, I., Furtula, B., Kovijanić Vukićević, Ž., & Popivoda, G. (2015). On Zagreb indices and coindices. *MATCH Communications in Mathematical and in Computer Chemistry*.
16. Husni, M. N., Syafitri, H., Siboro, A. M., Syarifudin, A. G., Aini, Q., & Wardhana, I. G. A. W. (2022). The harmonic index and the gutman index of coprime graph of integer group modulo with order of prime power. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 16(3), 961-966.
17. Lestari, S. T., Dewi, P. K., Wardhana, I. G. A. W., & Suparta, I. N. (2024). Algebraic Structures and Combinatorial Properties of Unit Graphs in Rings of Integer Modulo with Specific Orders. *EIGEN MATHEMATICS JOURNAL*, 7(2), 89–92.
18. Maulana, F., Aditya, M. Z., Suwastika, E., Muchtadi-Alamsyah, I., Alimon, N. I., & Sarmin, N. H. (2024). On The Topological Indices of Zero Divisor Graphs of Some Commutative Rings. *Journal of applied mathematics & informatics*, 42(3), 663-680.
19. Putra, L. R. W., Awanis, Z. Y., Salwa, S., Aini, Q., & Wardhana, I. G. A. W. (2023). The Power Graph Representation For Integer Modulo Group With Power Prime Order. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, 17(3), 1393-1400.
20. Rehman, S. U., Farid, G., Tariq, T., & Bonyah, E. (2022). Equal-Square Graphs Associated with Finite Groups. *Journal of Mathematics*, *2022*(1), 9244325.
21. Sangadji. (2006). Quaternion dan Aplikasinya. Risalah Lokakarya Komputasi dalam Sains dan Teknologi Nuklir XVII.
22. Satriawan, D., Aini, Q., Abdurahim, F. M., Adhitya, I. G., & Wardhana, W. Molecular Topology Index of a Zero Divisor Graph on a Ring of Integers Modulo Prime Power Order, *Contemporary Mathematics and Applications* 6(2), 72-82.
23. Sarmin, N. H., Alimon, N. I., & Maulana, F. (2024, January). General zeroth-order randić index of the zero divisor graph for some commutative rings. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 2905, No. 1). AIP Publishing.

24. Semil, G., Sarmin, N. H., Alimon, N. I., & Maulana, F. (2023). The First Zagreb Index of the Zero Divisor Graph for the Ring of Integers Modulo Power of Primes. *Malaysian Journal of Fundamental and Applied Sciences*, 19(5), 892-900.
25. Syarifudin, A. G., Muchtadi-Alamsyah, I., & Suwastika, E. (2024). Topological Indices and Properties of the Prime Ideal Graph of a Commutative Ring and its Line Graph. *Contemporary Mathematics*, 1342-1354.
26. Syarifudin, A. G., Santi, L. M., Faradiyah, A. R., Wijaya, V. R., & Suwastika, E. (2023). Topological Indices of the Relative Coprime Graph of the Dihedral Group. *JTAM (Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika)*, 7(3), 698-711.